Guía 5

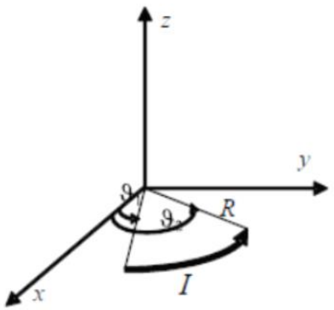
Magnetostática en vacío

Problema N.° 6

Guía 5: Magnetostática en el vacío

1. a) Calcular el campo $\vec{B}$ en cualquier punto del espacio generado por un tramo de conductor rectilíneo de largo L que transporta una corriente I uniforme y constante. b) Idem a) para longitud infinita.

2. a) Calcular el campo $\vec{B}$ en cualquier punto del eje z generado por un tramo de conductor en forma de arco de circunferencia de radio R que lleva una corriente I uniforme y constante, como indica la figura. b) Idem a) para la espira circular.

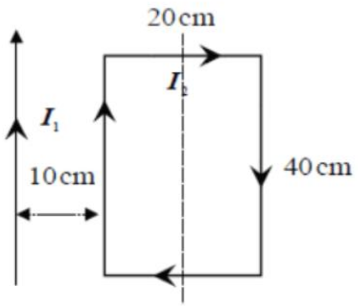


3. a) Calcular el campo $\vec{B}$ en el eje de un solenoide corto de radio R, longitud L y N espiras.
b) Extender el resultado para un solenoide de longitud infinita (solenoide ideal). En ambos casos suponer que las espiras están distribuidas uniformemente y muy próximas entre sí.
c) ¿Cuál es la relación entre diámetro y largo de un solenoide, para poder utilizar la expresión de un solenoide infinito en el centro del mismo, con un error menor al 1%?

4. Resolver el Problema 1 b) utilizando condiciones de simetría y la Ley de Ampere. **Primero** determine por consideraciones geométricas cómo son las líneas de campo (dirección y dependencia con las coordenadas). **Luego** elija, justificando, un camino cerrado ("amperiano") adecuado para cada distribución.

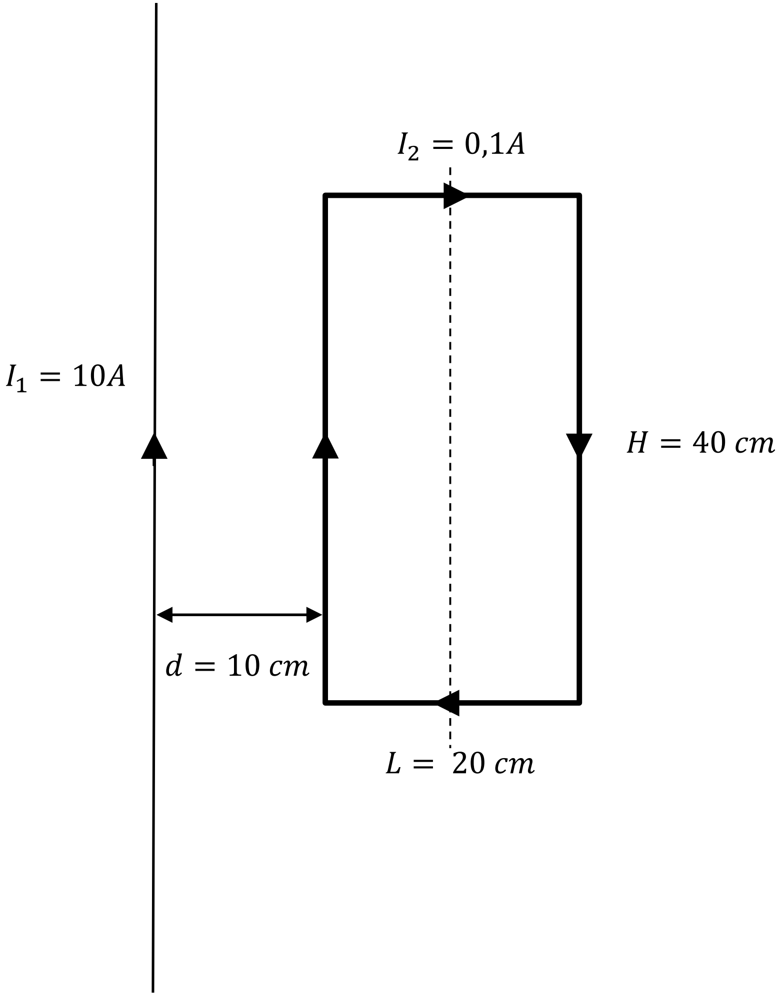
5. a) Resolver el Problema 3 b) utilizando condiciones de simetría y la Ley de Ampere. **Primero** determine por consideraciones geométricas cómo son las líneas de campo (dirección y dependencia con las coordenadas). **Luego** elija, justificando, un camino cerrado ("amperiano") adecuado para cada distribución.
b) Discuta y compare los modelos utilizados considerando una corriente superficial $\vec{K}$ y N espiras por las que circula una corriente I.

6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10$ A; $I_2 = 0.1$ A
b) Calcular el momento que actúa sobre la espira, respecto de la línea de trazos que pasa por su centro. ¿Cambia el resultado si se cambia el "eje"?

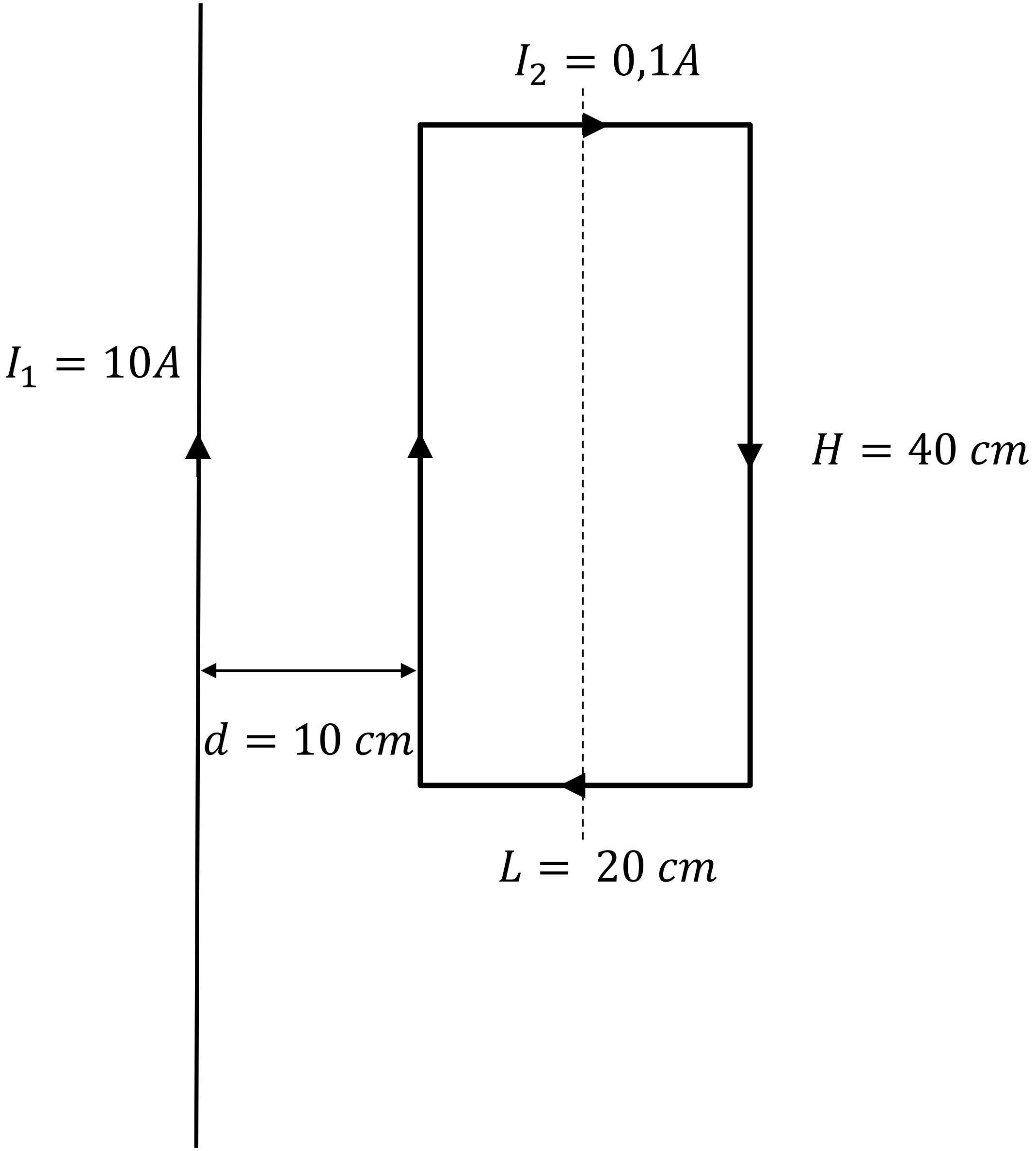


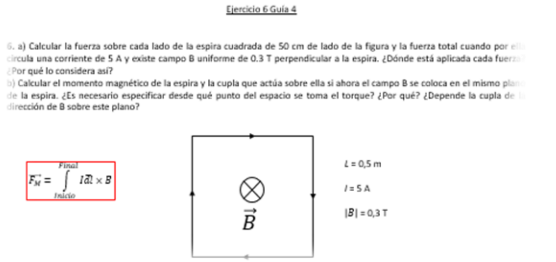
6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.

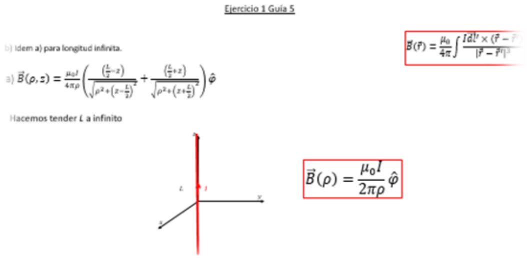
b) Calcular el momento que actúa sobre la espira, respecto de la línea de trazos que pasa por su centro. ¿Cambia el resultado si se cambia el "eje"?



6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.





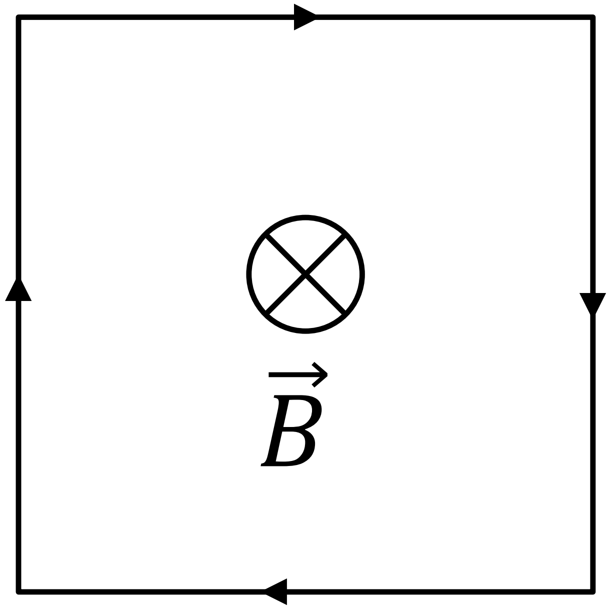


Ejercicio 6 Guía 4

6. a) Calcular la fuerza sobre cada lado de la espira cuadrada de 50 cm de lado de la figura y la fuerza total cuando por ella circula una corriente de 5 A y existe campo B uniforme de 0.3 T perpendicular a la espira. ¿Dónde está aplicada cada fuerza? ¿Por qué lo considera así?

b) Calcular el momento magnético de la espira y la cupla que actúa sobre ella si ahora el campo B se coloca en el mismo plano de la espira. ¿Es necesario especificar desde qué punto del espacio se toma el torque? ¿Por qué? ¿Depende la cupla de la dirección de B sobre este plano?

$$\boxed{\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I\,\overline{dl} \times \overline{B}}$$



L = 0,5 m

I = 5 A

$|B|$ = 0,3 T

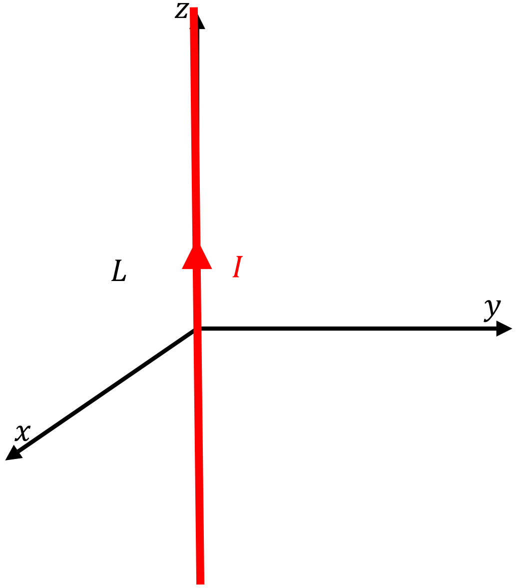
Ejercicio 1 Guía 5

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl'} \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

b) Idem a) para longitud infinita.

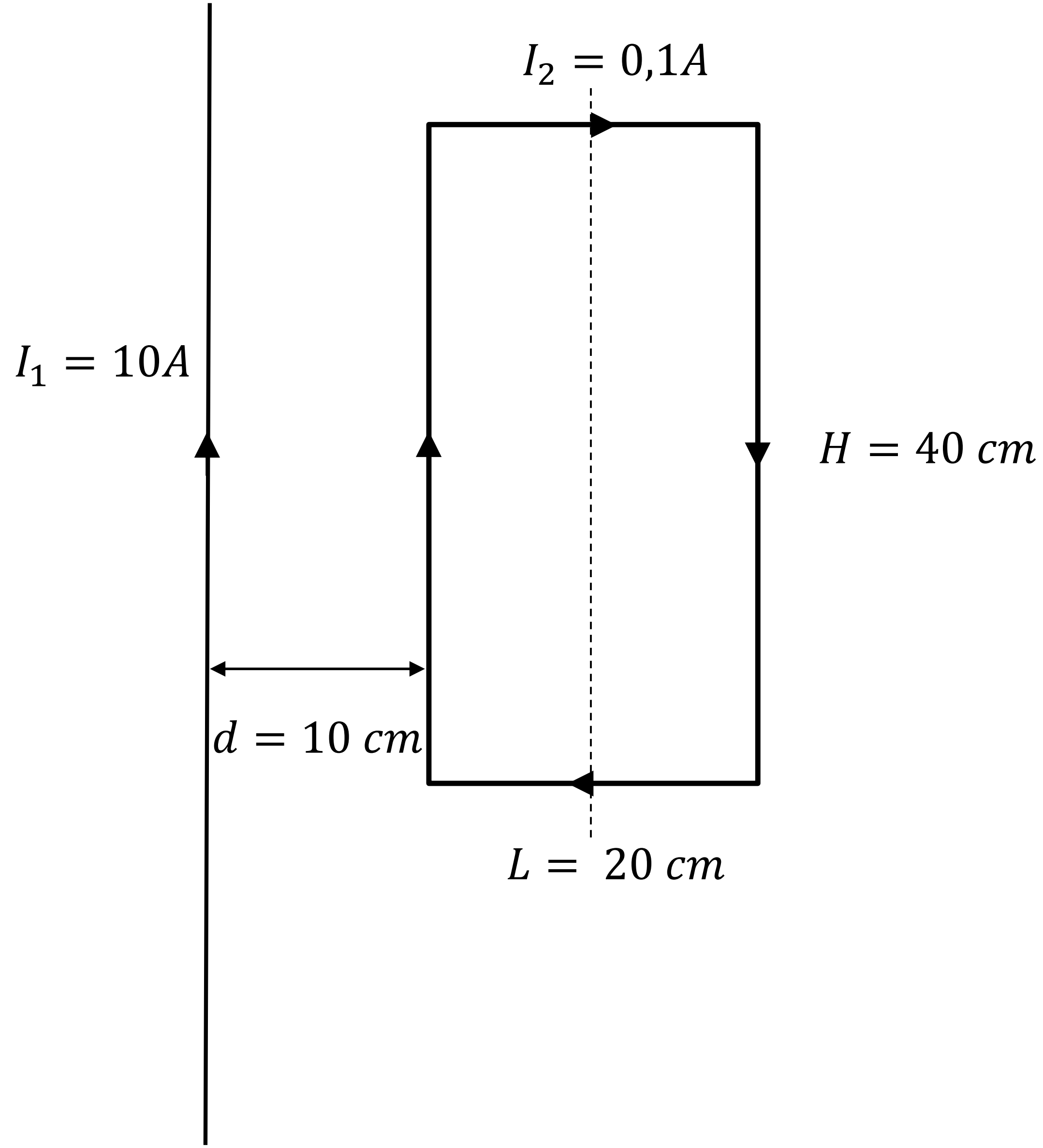
a) $\vec{B}(\rho, z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho}\left(\frac{\left(\frac{L}{2}-z\right)}{\sqrt{\rho^2+\left(z-\frac{L}{2}\right)^2}} + \frac{\left(\frac{L}{2}+z\right)}{\sqrt{\rho^2+\left(z+\frac{L}{2}\right)^2}}\right)\hat{\varphi}$

Hacemos tender *L* a infinito



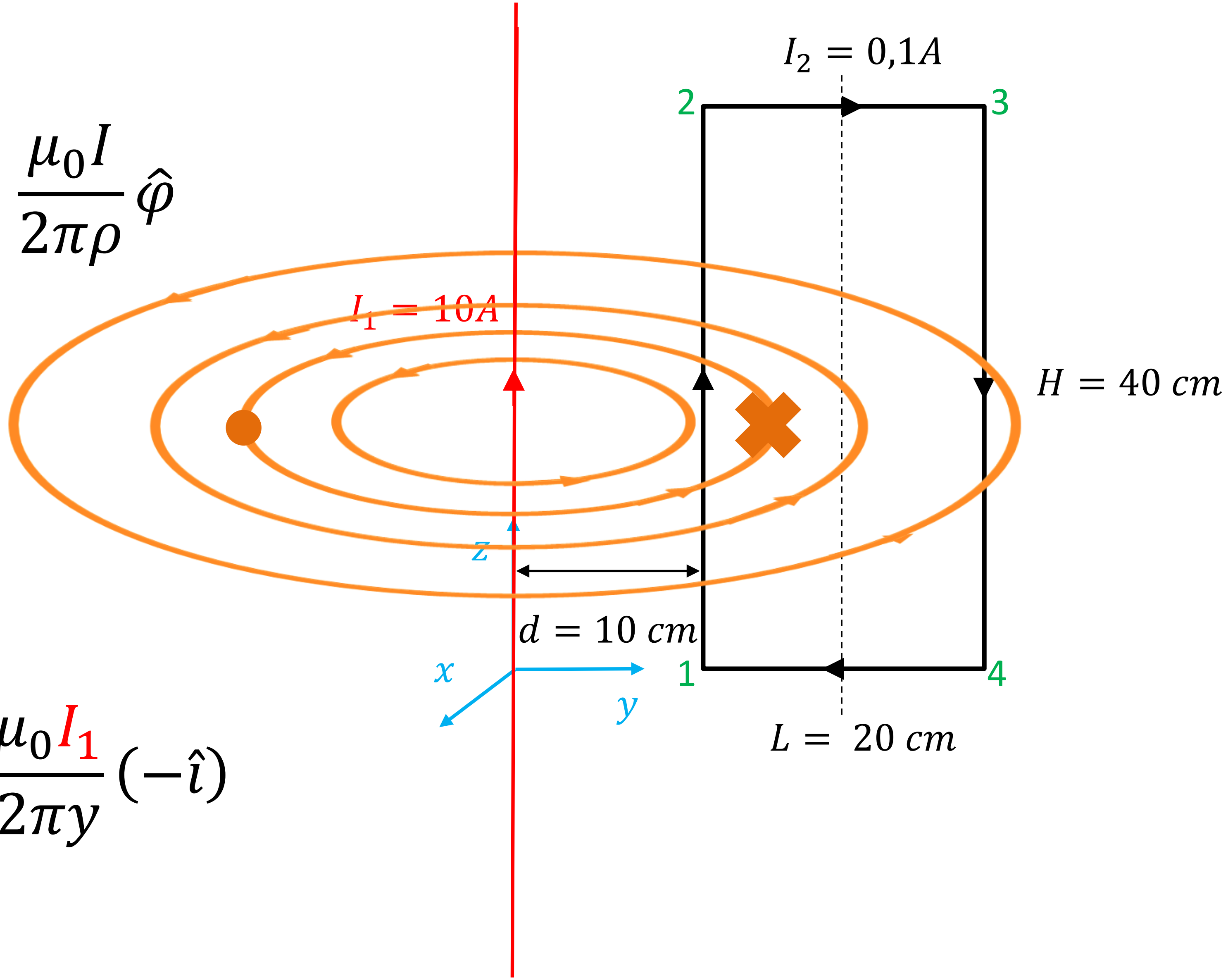
$$\boxed{\vec{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\hat{\varphi}}$$

6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.



6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.

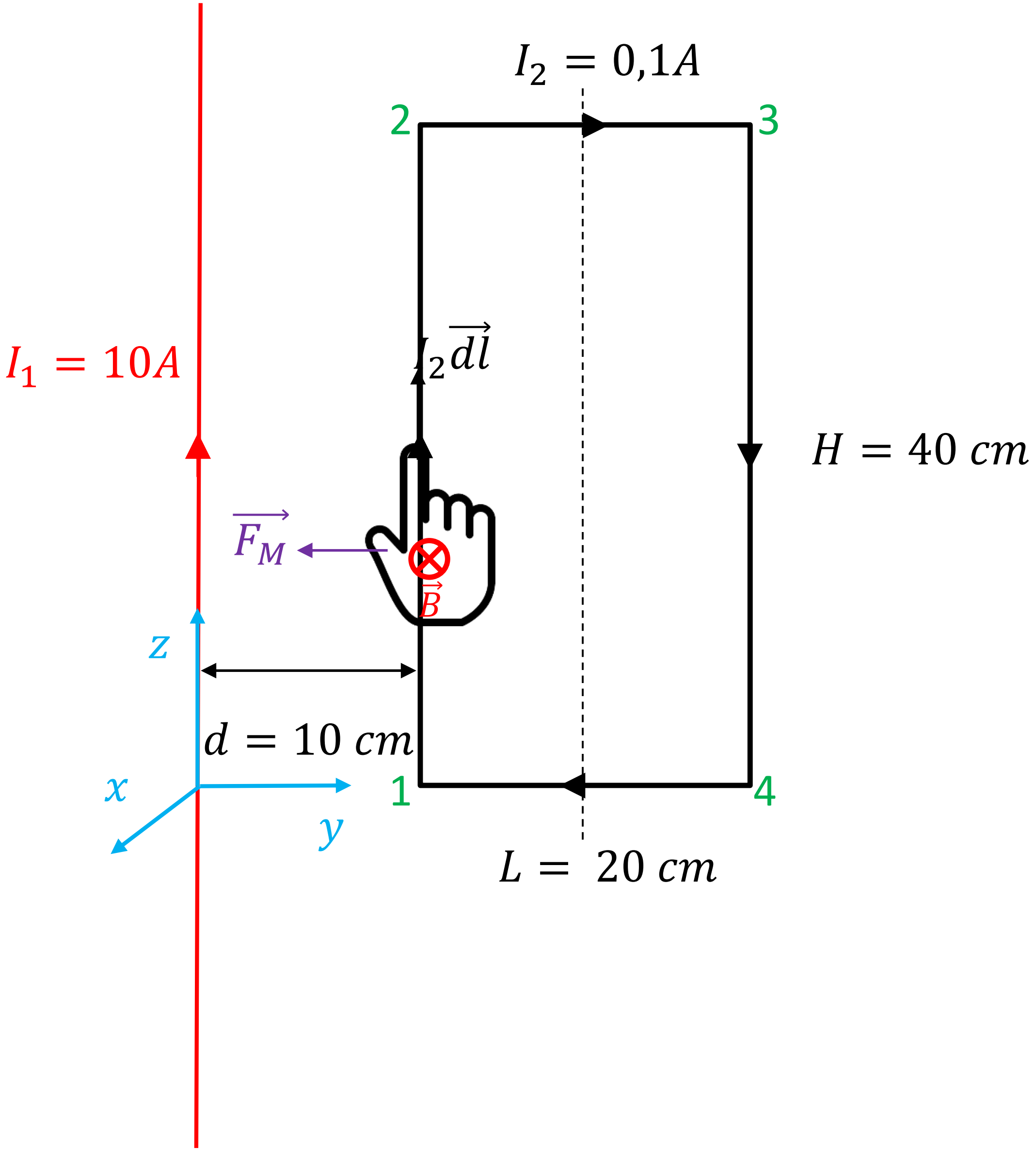
$$\vec{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\hat{\varphi}$$



$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2\,\overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$

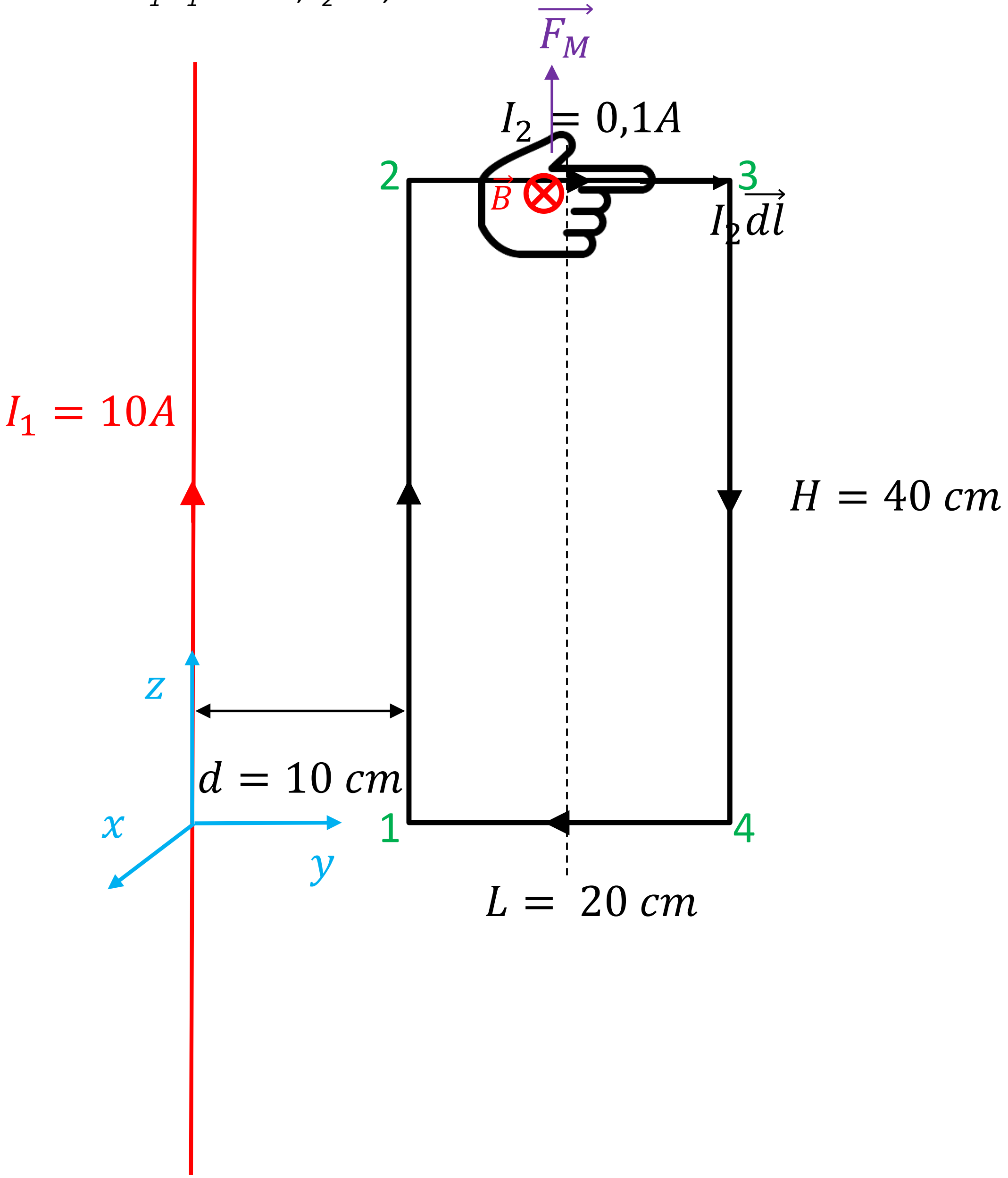
6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.



$$\vec{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2\vec{dl} \times \vec{B}$$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$

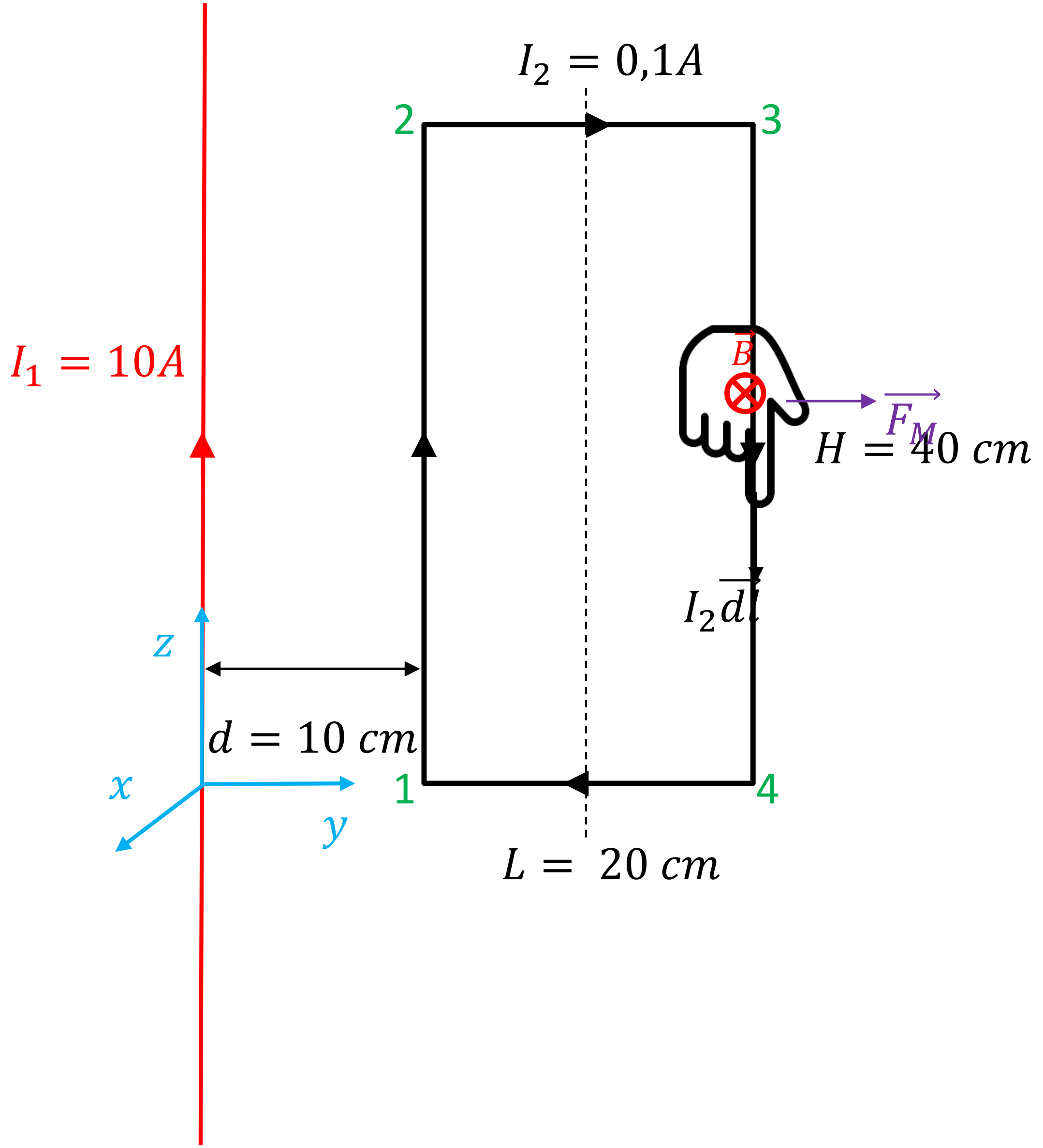
6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.



$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2\overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$

6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.



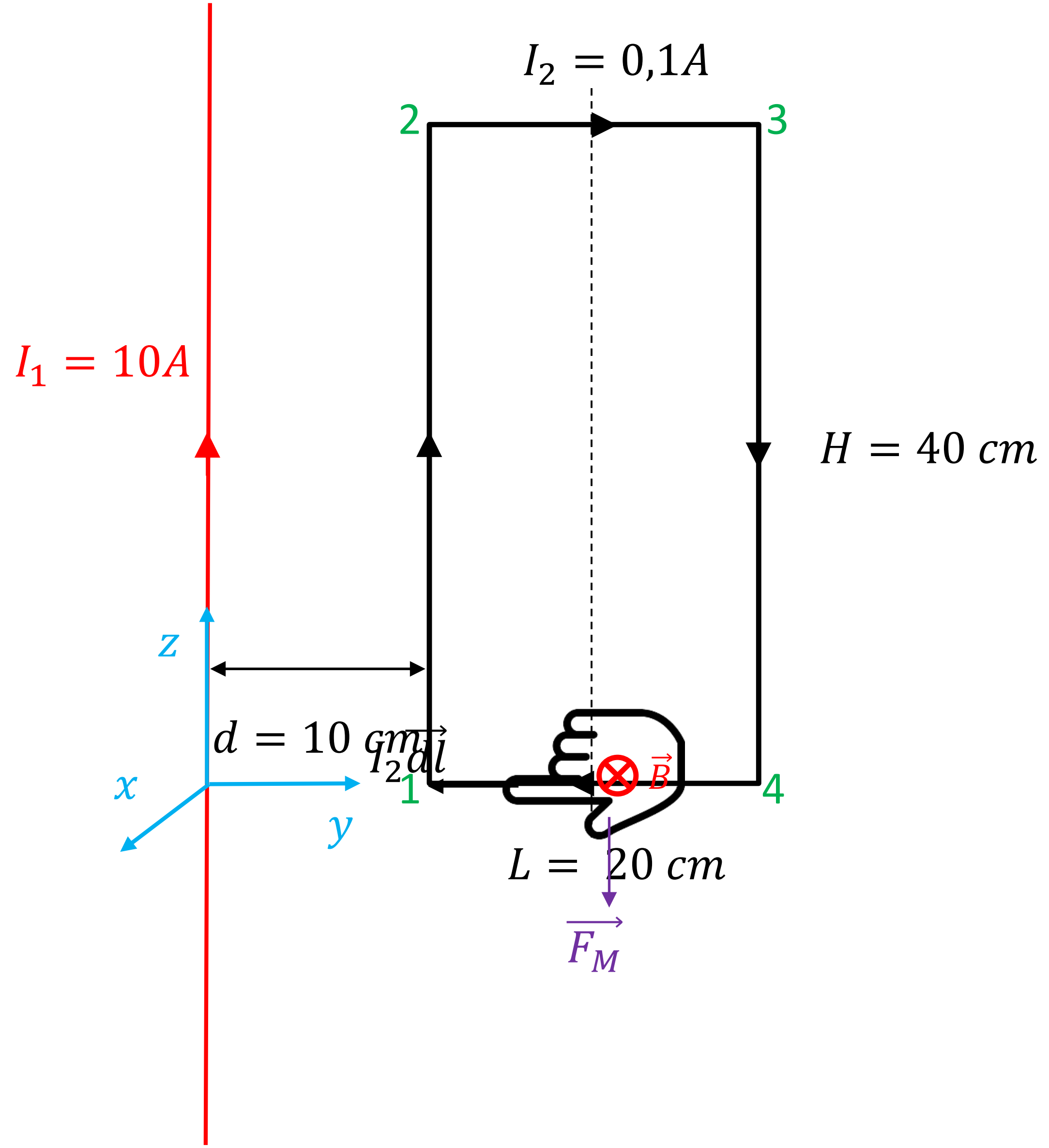
$$\vec{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2\vec{dl} \times \vec{B}$$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$

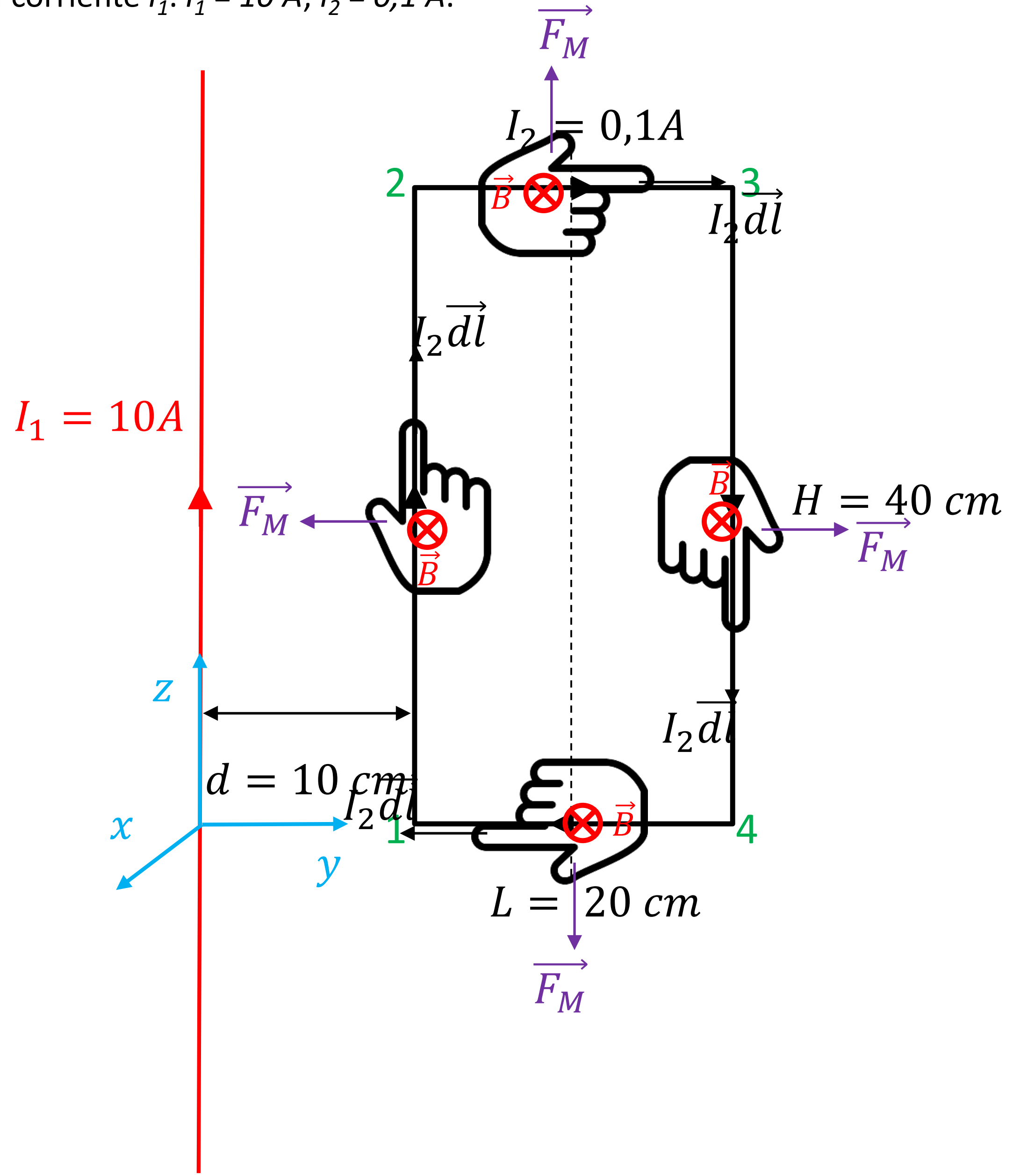
6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.

$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2 \overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$



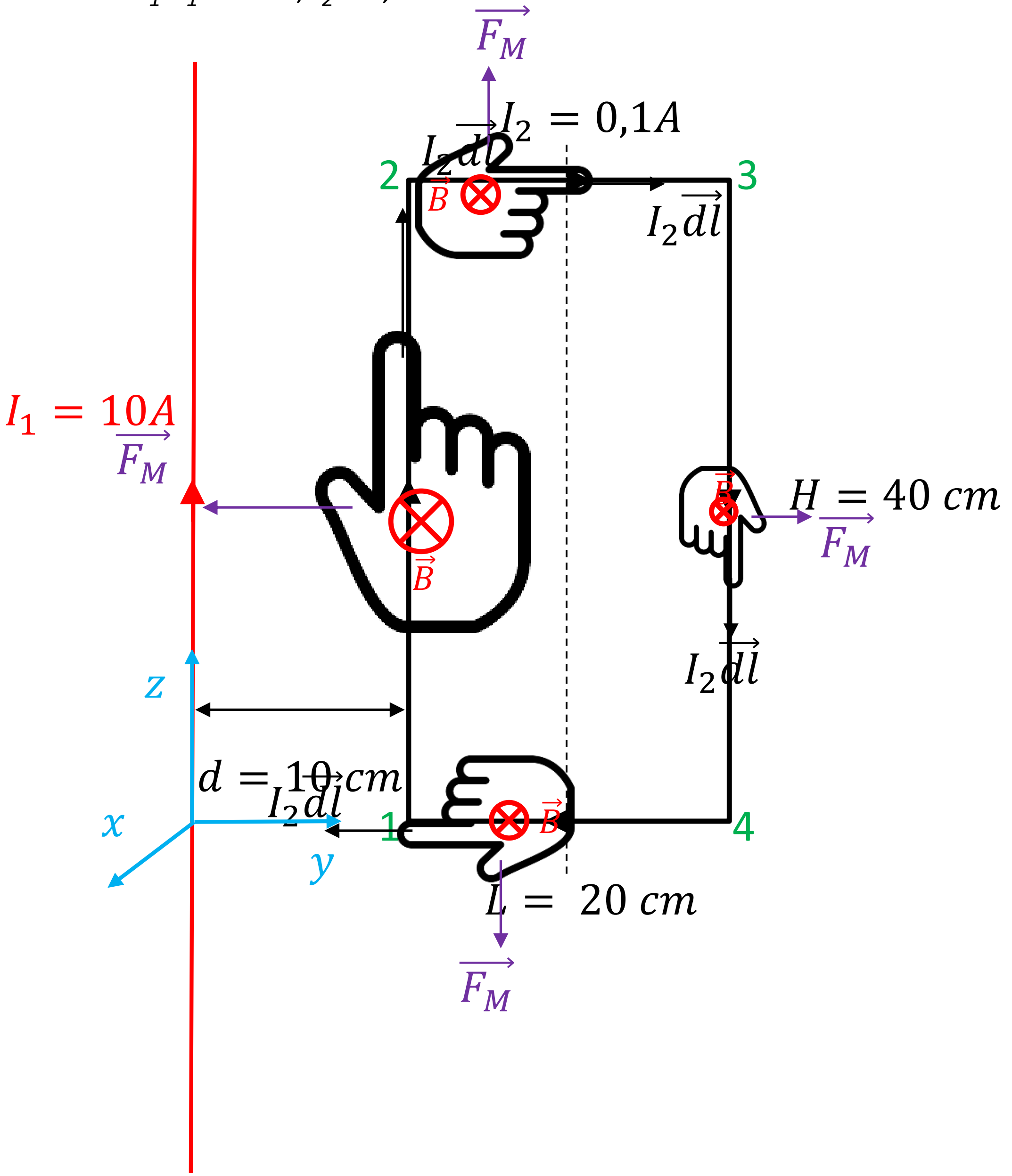
6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.



$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2\overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$

6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.



$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2\overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$

6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.

$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2 \overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

Vamos a resolver por tramos

$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I\,\overline{dl} \times \overline{B}$$

Parámetros que van cambiando dependiendo el tramo

Parámetros constantes independiente del tramo

I_2, $\overline{B} = |B|(-\hat{\imath})$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$

Tramo 1-2

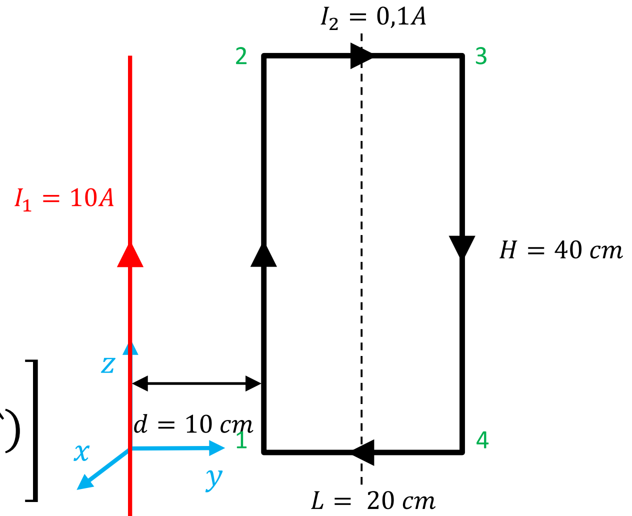
$\overline{dl} = dz\hat{k}$ **NO LE PONGO SIGNO**

$$\vec{B}(y = d) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}(-\hat{\imath})$$

$$\rightarrow I_2\ \overline{dl} \times \overline{B} = I_2 dz\hat{k} \times |B|(-\hat{\imath}) = I_2|B|dz(-\hat{\jmath})$$

$$\overrightarrow{F_{M_{1-2}}} = \int_1^2 I_2 \overline{dl} \times \overline{B} = \int_1^2 I_2|B|dz(-\hat{\jmath}) = I_2|B|\int_0^H dz(-\hat{\jmath}) = I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\mathrm{H}(-\hat{\jmath})$$

$$\left[\overrightarrow{F_{M_{1-2}}} = 0{,}1A\frac{4\pi 10^{-7}\,{}^{Tm}/_{A}\,10A}{2\pi 0{,}1m}0{,}4m(-\hat{\jmath}) = 800\ nN(-\hat{\jmath})\right]$$



6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.

$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2 \overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

Tramo 2-3 $\quad \bar{dl} = dy\hat{j}$ **NO LE PONGO SIGNO**

$$\rightarrow I_2\, \bar{dl} \times \bar{B} = I_2 dy\hat{j} \times |B|(-\hat{\imath}) = I_2|B|dy\hat{k}$$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$

$$\overrightarrow{F_{M\,2-3}} = \int_2^3 I_2 \bar{dl} \times \bar{B} = \int_2^3 I_2|B|dy\hat{k} = I_2 \int_d^{L+d} |B|dy\hat{k} = I_2 \int_d^{L+d} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y} dy\hat{k} = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \ln\frac{L+d}{d}\hat{k}$$

$$\overrightarrow{F_{M\,1-2}} = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \mathrm{H}(-\hat{\jmath})$$

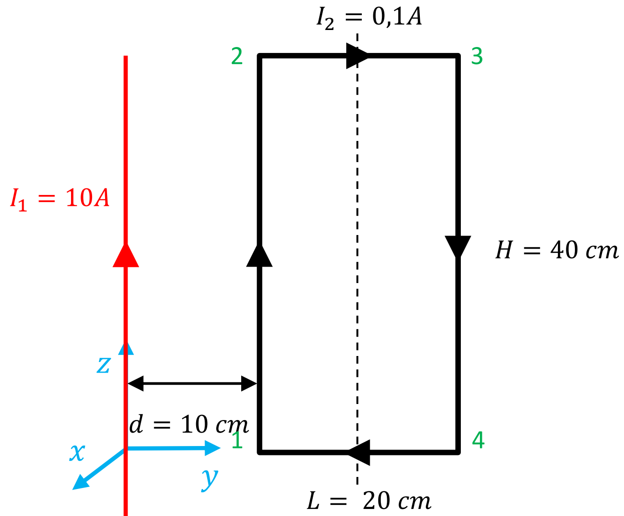
Tramo 4-1 $\quad \bar{dl} = dy\hat{j}$ **NO LE PONGO SIGNO**

$$\rightarrow I_2\, \bar{dl} \times \bar{B} = I_2 dy\hat{j} \times |B|(-\hat{\imath}) = I_2|B|dy\hat{k}$$

$$\overrightarrow{F_{M\,4-1}} = \int_4^1 I_2 \bar{dl} \times \bar{B} = \int_4^1 I_2|B|dy\hat{k} = I_2 \int_{L+d}^{d} |B|dy\hat{k} = I_2 \int_{L+d}^{d} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y} dy\hat{k} = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \ln\frac{d}{L+d}\hat{k} =$$

$$= -I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \ln\frac{L+d}{d}\hat{k}$$

$$\boxed{\overrightarrow{F_{M\,2-3}} = -\overrightarrow{F_{M\,4-1}}}$$



6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.

$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2 \overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

Tramo 3-4

$$\bar{dl} = dz\hat{k}$$ **NO LE PONGO SIGNO**

$$\to I_2\bar{dl} \times \bar{B} = I_2 dz\hat{k} \times |B|(-\hat{\imath}) = I_2|B|dz(-\hat{\jmath})$$

$$|\vec{B}|(y = 3d) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi 3d} = \frac{\mu_0 I_1}{6\pi d}$$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$

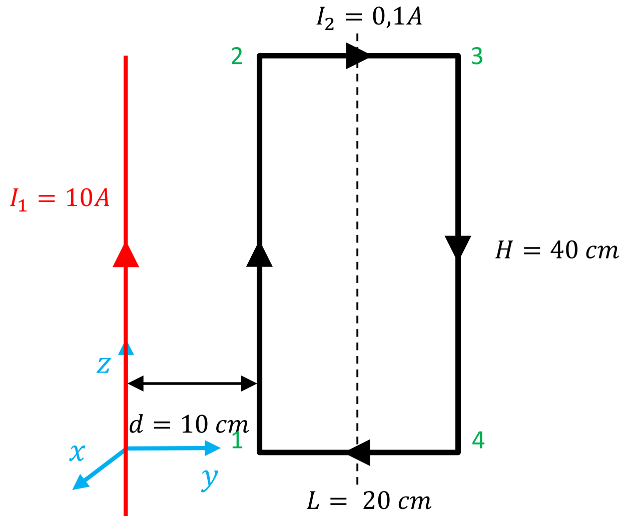
$$\overrightarrow{F_M}_{3-4} = \int_3^4 I_2\bar{dl} \times \bar{B} = \int_3^4 I_2|B|dz(-\hat{\jmath}) = I_2|B|\int_H^0 dz(-\hat{\jmath}) = I_2\frac{\mu_0 I_1}{6\pi d} - \mathrm{H}(-\hat{\jmath}) = I_2\frac{\mu_0 I_1}{6\pi d}\mathrm{H}\hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{F_M}_{1-2} = I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\mathrm{H}(-\hat{\jmath})$$

$$\overrightarrow{F_M}_{2-3} = I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi}\ln\frac{L+d}{d}\hat{k} = -\overrightarrow{F_M}_{4-1}$$

$$\left[\left|\overrightarrow{F_M}_{1-2}\right| > \left|\overrightarrow{F_M}_{3-4}\right|\right]$$

$$\left[\overrightarrow{F_M}_{1-2} = -3\overrightarrow{F_M}_{3-4}\right]$$



6. a) Calcular la fuerza sobre cada tramo y la fuerza resultante sobre la espira rectangular de la figura, por la cual circula una corriente I_2, debido a un alambre muy largo y paralelo a la espira, que transporta una corriente I_1. $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 0{,}1\ A$.

$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2 \overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

¿Cómo es la fuerza total sobre la espira?

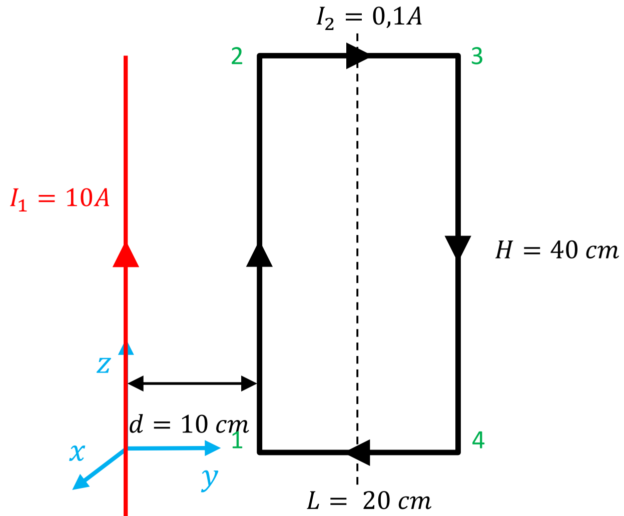
$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$

$$\sum_{i=1}^{4} \overline{F_i} = \overrightarrow{F_M}_{1-2} + \overrightarrow{F_M}_{2-3} + \overrightarrow{F_M}_{3-4} + \overrightarrow{F_M}_{4-1} = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{3\pi d} \mathrm{H}(-\hat{\jmath})$$

$$\overrightarrow{F_M}_{1-2} = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \mathrm{H}(-\hat{\jmath}) = -3\overrightarrow{F_M}_{3-4}$$

La espira va a acelerarse hacia el hilo infinito de corriente.

$$\overrightarrow{F_M}_{2-3} = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \ln\frac{L+d}{d}\hat{k} = -\overrightarrow{F_M}_{4-1}$$

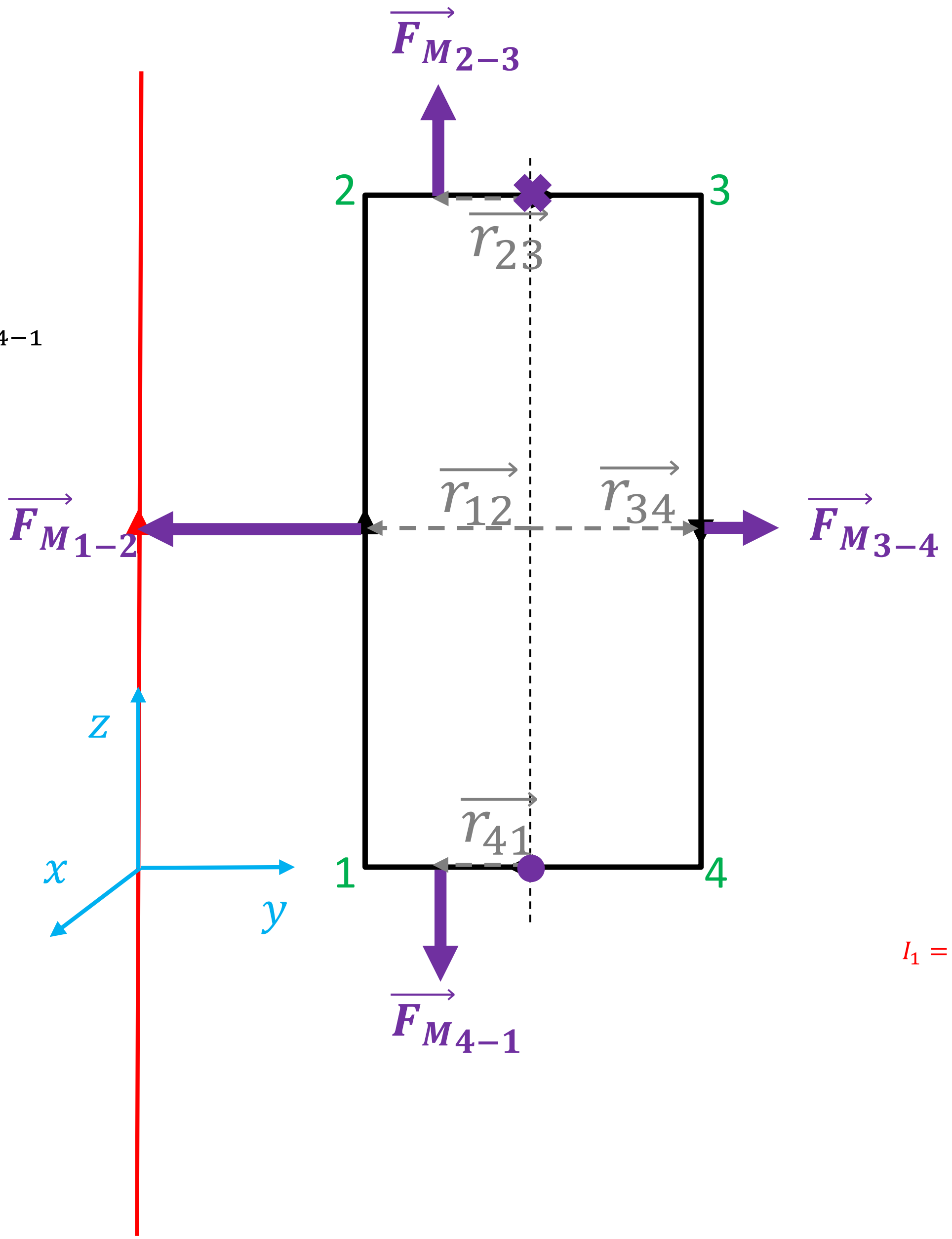


b) Calcular el momento que actúa sobre la espira, respecto de la línea de trazos que pasa por su centro. ¿Cambia el resultado si se cambia el "eje"?

$$\overrightarrow{M_F} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\overrightarrow{M_{TF}} = \sum_{i=1}^{4} \overrightarrow{M_{FM_i}} = \vec{M}_{FM_{1-2}} + \vec{M}_{FM_{2-3}} + \vec{M}_{FM_{3-4}} + \vec{M}_{FM_{4-1}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{M_{TF}} = 0}$$



$$\overrightarrow{F_M} = \int_{Inicio}^{Final} I_2 \overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

$$\vec{B}(y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}(-\hat{\imath})$$